

## 7. Anyagátadási mérések

### 7.1. Anyagátadási tényező meghatározása oldódásnál

#### 7.1.1. Elméleti összefoglaló

Egy fázishatár-felületről valamely fluidum belsejébe irányuló anyagátadás vizsgálatánál Nernst [1] feltételezéséből indulhatunk ki. Eszerint a fázishatár-felületen az egyensúly rendkívül gyorsan beáll, mivel ellenkező esetben közvetlenül érintkező pontok között állandó véges kémiai potenciál különbség lépne fel, amely az anyagátadási folyamat végtelenül nagy sebességére vezetne<sup>1</sup>. Nernst szerint a fenti alaptételt Noyes és Whitney [2] fejtette ki először szilárd testek oldódásával kapcsolatban. Későbbiekben Brunner [3] a Fick I. differenciálegyenlet alkalmazásával kvantitatív összefüggést vezetett le az oldódás sebességére.

A molekulák vezetékes transzportját, a diffúziót leíró általános egyenlet Fick nevéhez fűződik (1855). Egy irányban ( $y$  irányban) *Fick empirikus összefüggése* azt mondja ki, hogy a diffúzióval átvitt komponensáram arányos az áramlásra merőleges  $A$  fázishatár-felülettel, és a koncentrációgradienssel, az arányossági tényező pedig a diffúziós együttható ([4] 544. old.).

$$\frac{dn_i}{Adt} = -D_i \frac{dc_i}{dy} \quad \text{kmol/(m}^2\text{s)} \quad (7.1-1)$$

ahol  $c_i$  az  $i$ -edik komponens koncentrációja (kmol/m<sup>3</sup>),  
 $n_i$  az  $i$ -edik komponens tömege (kmol),  
 $D_i$  a diffúziós együttható,  
 $y$  a szilárd anyag felületétől mért távolság.

Az (7.1-1) egyenletben a negatív előjel arra utal, hogy az  $i$ -edik komponens diffúziója a koncentrációcsökkenés irányában megy végbe. A  $D_i$  diffúziós együttható (mértékegysége m<sup>2</sup>/s) azt mutatja, hogy egységnyi anyagátadási felületen időegység alatt 1 kmol/m<sup>4</sup> koncentrációgradiens hatására a felületre merőleges irányban mennyi  $i$  komponens áramlik át diffúzióval.

A molekuláris diffúzió a legtöbb esetben lassú, ezért a fluidumok sebességét olyan mértékig növeljük, hogy *turbulens anyagátadás* alakuljon ki. Az ún. turbulens anyagátadásnál a viszkózus határreteg, melyben lamináris áramlás valósul meg, nem tölti ki a teljes teret, mellette megtalálható a turbulens áramlású réteg, s e kettő között az átmeneti zóna. A viszkózus határretegben a transzport molekuláris vezetéssel történik. A turbulens magban viszont a molekuláris transzport hatása elhanyagolható a turbulens transzport mellett. Az átmeneti rétegben a molekuláris

---

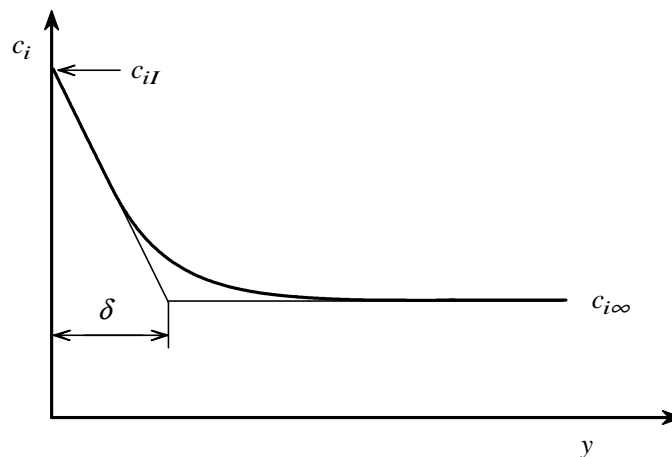
<sup>1</sup> A kémiai potenciál gradiense végtelenül nagy lenne.

és a turbulens transzport egyaránt érvényesül. A turbulens anyagátadás tipikus koncentráció-lefutását mutatja az 7.1-1. ábra.

A legegyszerűbb átadási elmélet a *filmmodell*: a fázishatár mentén egy lamináris áramlású réteget tételez fel, melyben a transzport molekuláris vezetéssel valósul meg (Whitman, 1923). A film  $\delta$  vastagságát úgy határozza meg, hogy a filmen kívül a hajtóerő zérus legyen. Feltételezi tehát, hogy a film az összes ellenállást magában foglalja. Az (7.1-1) egyenletben szereplő koncentrációgradiens ekkor az 1. ábrának megfelelően a következő differenciahányadossal fejezhető ki:

$$-\frac{dc_i}{dy} = \frac{c_{iI} - c_{i\infty}}{\delta} \quad (7.1-2)$$

ahol  $c_{iI}$  az oldat koncentrációja a szilárd anyag felületén, ami azonosan egyenlő a telített oldat koncentrációjával az adott hőmérsékleten,  
 $c_{i\infty}$  az oldat kevert főtömegének pillanatnyi koncentrációja.



7.1-1. ábra  
 Koncentrációprofil oldódó szilárd test határfelülete mellett

A (7.1-2) összefüggés figyelembevételével az (7.1-1) egyenlet a következő formában írható:

$$\frac{dn_i}{Adt} = \frac{D_i}{\delta} (c_{iI} - c_{i\infty}) = \beta_i (c_{iI} - c_{i\infty}) \quad (7.1-3)$$

Az egyenletben szereplő  $D_i/\delta$  hányadost *anyagátadási tényezőnek* ( $\beta_i$ ) nevezik, értéke mérési adatok alapján meghatározható<sup>2</sup>.

<sup>2</sup> A filmmodell szerint a komponensátadási tényező a diffúziós állandóval egyenesen arányos. A tapasztalat szerint azonban ez nem igaz, tehát a filmelmélet nem korrekt, nem használható a dif-  
 86

Az  $A$  határfelületen  $dt$  idő alatt átadott anyag a  $V$  térfogatú oldatban lévő komponens mennyiségét ( $n_i$ ) növeli, azaz növekszik a  $c_{i\infty}$  térfogat-koncentráció (a térfogat állandó)<sup>3</sup>

$$\frac{dn_i}{dt} = \frac{V dc_{i\infty}}{dt} = \beta_i A (c_{iI} - c_{i\infty}) \quad (7.1-4)$$

A (7.1-4) egyenletet szeparálva és integrálva ( $c_{i\infty}^0$  az oldat főtömegének kezdeti koncentrációja):

$$\int_{c_{i\infty}^0}^{c_{i\infty}} \frac{dc_{i\infty}}{c_{iI} - c_{i\infty}} = \beta_i \frac{A}{V} \int_0^t dt \quad (7.1-5)$$

$$\ln \frac{c_{iI} - c_{i\infty}^0}{c_{iI} - c_{i\infty}} = \beta_i \frac{A}{V} t \quad (7.1-6)$$

### 7.1.2. A készülék leírása

Az anyagátadási tényező meghatározásához változtatható fordulatszámú keverőberendezéssel ellátott síkfenekű edényt használunk. Az átlagos átmérő értéke megtalálható az edény oldalán. Az edény fenekére benzooesav réteget olvasztottunk be, amely lehűtés után megdermedve az edény alapterülete által meghatározott felületű réteget alkot. Az edény falán esetlegesen megtalálható benzooesavat el kell távolítani.

A készülék nincs termosztálva, de megjegyezzük, hogy csak akkor mérhetünk kielégítő pontossággal, ha a mérés során a folyadék hőmérséklet ingadozása nem lépi túl a 3-4°C-ot. Célszerű ezért a mérés során a folyadék hőmérsékletét időnként megmérni.

A keverőberendezés motorral együtt függőleges irányban elmozdítható az edény ürítésének megkönnyítése céljából. Mérés alatt a keverőt a legalsó állásban használjuk.

### 7.1.3. Mérési feladat

---

fúziós együttható meghatározására. Bonyolultabb esetekben azonban a mérnöki gyakorlatban jól használható egyszerűsége miatt (pl. kémiai reakció hatása a komponensátadásra).

<sup>3</sup> A film térfogata az oldat főtömegének térfogata mellett elhanyagolható, azaz  $c_{i\infty}$  átlagos koncentrációnak tekinthető.

A keverő fordulatszámának mérésére használt műszer a keverő egy fordulatahoz tartozó időt mutatja ms-ban. A műszer 6V egyenfeszültséget igényel. A mérést olyan fordulatszámon kell végezni, hogy a keverő fordulatszáma elegendően nagy legyen a keveréshez, de a keletkező folyadék tölcser még ne érje el a keverőt (ajánlott tartomány: 250 ms – 170 ms). A keverőt levegőben forgatva kicsi az ellenállás, így azonos szabályozó állás esetén lényegesen nagyobb a fordulatszám mint a folyadékban. A szabályozó gombja mellett található két vonal vízben forgó keverő esetén az ajánlott fordulatszám-tartományt jelzi.

A keverő fordulatszámát szabályozó gombot a gyakorlatvezető által megadott pozícióba állítjuk, majd víz nélkül aláhelyezzük benzooesavat tartalmazó edényt.

Ellenőrizzük, hogy a keverő alsó állásban van-e, megmérjük a keverő átmérőjét és a lapát alsó szélének a benzooesav szintjétől való távolságát. A keverő szívóhatása következtében a benzooesav lepény felemelkedhet, és a forgó keverővel ütközve összetörhet. Ennek megakadályozására fém korongokat helyezünk a benzooesav ömledék felszínére egyenletesen elosztva. Mérjük meg és írjuk fel a korongok számát és átmérőjét, mert az  $A$  felület értékének számításánál az edény átmérőjével számított területből le kell vonni a korongok által letakart részt. Ezután pontosan  $7 \text{ dm}^3$  szobahőmérsékletű desztillált vízzel feltöltjük az edényt és azonnal elindítjuk a keverőt és a stoppert.

A keverőmotor tápegységének melegedése miatt a mérés alatt a fordulatszám kismértékben változik, amit a szabályzó gomb forgatásával menet közben kell korrigálni.

Az edényből pipettával 10 percnként  $5 \text{ cm}^3$  mintát veszünk és fenoftalein indikátor hozzáadása mellett  $0,01 \text{ n}$   $\text{HaOH}$  oldattal titráljuk. Minden mintavétellel egy időben megmérjük a kevert folyadék hőmérsékletét is. Az utolsó mintavétel a 90. percben történjen. A mért adatokat az alábbi táblázatban rögzítjük:

Mérési jegyzőkönyv:

Keverő egy fordulatának ideje (periódusidő):	ms
Keverő fordulatszáma:	$\text{min}^{-1}$
Keverőlapát átmérője:	cm
Keverőlapát távolsága a benzooesav szintjétől:	cm
Betöltött folyadék mennyisége ( $V$ ):	$\text{cm}^3$
A közepes hőfokhoz tartozó telített oldat koncentrációja $c_{iI}$ :	tömeg %
$0,01 \text{ n}$ $\text{NaOH}$ mérőoldat faktora:	–

Mért értékek		Számított értékek		
A mérés megkezdésétől a mintavételig eltelt idő	Hőmérséklet	$0,01 \text{ n}$ $\text{NaOH}$ fogyás	$x_I - x$	$\frac{x_I}{x_I - x}$

(min)	(°C)	(x, cm <sup>3</sup> )		
-------	------	-----------------------	--	--

A mérés befejezése után a fordulatszám mérő műszer tápegységét a hálózatból ki kell húzni. A keverőt felemelve a benzooesavról a vizet haladéktalanul leöntjük, és a keverőt nedves, majd száraz ruhával letöröljük, a berendezést áramtalanítjuk.

#### 7.1.4. A mérés kiértékelése

Mérési eredményeinket a (7.1-6) képlet alapján dolgozzuk fel. A mért hőmérséklethez tartozó telítési koncentráció 10...40 °C hőmérséklet tartományban az alábbi egyenlettel számítható:

$$c_{iI}(\text{tömeg \%}) = 0,163 + 2,56 \cdot 10^{-3} \cdot \vartheta + 1,79 \cdot 10^{-4} \cdot \vartheta^2 \quad [\vartheta] = ^\circ\text{C}$$

Felesleges a mérőoldat fogyásából a  $c_{i\infty}$  koncentrációkat kiszámítani, ehelyett számítással a mérés átlagos hőmérsékletén vett  $c_{iI}$  telítési benzooesav koncentrációt célszerű átszámítani 5 cm<sup>3</sup> telített oldattal ekvivalens mérőoldat-térfogatra ( $x_I$ ). Mivel az oldat igen híg, sűrűsége egyenlőnek vehető a vízével a telített koncentráció átszámításánál. 1 cm<sup>3</sup> 0,01 n NaOH megfelel 0,001221 g benzooesavnak. A koncentrációkülönbségek hányadosa megegyezik a mérőoldat-térfogatkülönbségek hányadosával, így a (7.1-6) képlet a következő formában írható fel ( $c_{i\infty}^0 = 0$ ,  $\ln$  helyett pedig a 10 alapú  $lg$ -t használjuk):

$$lg \frac{x_I}{x_I - x} = \frac{1}{2,303} \beta_i \frac{A}{V} t \quad (7.1-7)$$

Az  $x_I / (x_I - x)$  hányadosok logaritmusát az idő függvényében ábrázolva a pontok egy egyenesen fekszenek. (Legegyszerűbb a diagramot A<sub>4</sub>-es log-normál papíron elkészíteni). Az egyenes iránytangenséből határozzuk meg a  $\beta_i$  anyagátadási együttható értékét.

A benzooesav diffúziós állandója szobahőmérsékleten  $D_i = 5,2 \cdot 10^{-4}$  cm<sup>2</sup>/min. Határozzuk meg a  $\delta$  filmvastagságot.

#### *A filmvastagság számítása a transzportfolyamatok analógiája alapján*

A fluidumokban végbemenő transzportjelenségek – (súrlódásos áramlás, hőátadás, diffúzió) – matematikailag azonos alakú differenciálegyenletekkel írhatók le. A közismert *Newton*- ill. *Fourier* I. egyenletek igen egyszerűen a *Fick* I. egyenlethez hasonló alakra hozhatók:

$$\tau = \frac{dI}{Adt} = -\eta \frac{dv_z}{dy} = -\nu \frac{d(\rho v_z)}{dy} \quad (7.1-8)$$

$$\frac{dQ}{Adt} = -\lambda \frac{dT}{dy} = -a \frac{d(\rho c_p T)}{dy}, \text{ ahol } a = \frac{\lambda}{\rho c_p} \quad (7.1-9)$$

$$\frac{dn_i}{Adt} = -D_i \frac{dc_i}{dy} \quad (7.1-10)$$

Az egyenlet jobb oldalán szereplő  $\nu$  kinematikus viszkozitás, az  $a$  hőmérsékletvezetési tényező és  $D_i$  diffúziós együttható dimenziója megegyezik ( $m^2/s$ ).

A vezetési komponens-, hő- és impulzustranszportok között analógia van. Az ún. turbulens vezetési együtthatók bevezetésével a transzportálódó mennyiségek turbulens transzportjára is fennáll ez a kapcsolat ([4.] 556-561. old.). Az említett *három extenzív mennyiség turbulens transzportjának analógiája lehetővé teszi, hogy az egyik konvektív transzport ismeretében a másik kettőre számszerű, tehát kvantitatív adatokat becsülhessünk.*

A konvektív hőátadás stacionárius mérlegegyenletéből a modellelmélet alkalmazásával két dimenziómentes számot kaptunk, a hőátadás és hővezetés viszonyát kifejező Nusselt-számot ( $Nu$ ) és a konvektív és vezetési hőáramok viszonyát kifejező Peclet-számot ( $Pe$ ), az impulzusegyenletekből pedig a hidrodinamikai hasonlóságnál megismert Reynolds-szám ( $Re$ ) adódott. A mérnöki gyakorlatban a  $Pe$ -szám helyett a  $Pe/Re$  hányadost használják, ez a Prandtl-szám ( $Pr$ ), amely csupán az impulzus- és hő vezetési transzportjára vonatkozó anyagi tulajdonságokat tartalmaz, tehát az anyag dimenzió nélküli jellemzője (hatásfok jellegű szám).

Konvektív anyagátadásnál az átadási és vezetési komponensáramok viszonyát Sherwood-számnak ( $Sh$ ) nevezik, a konvektív és vezetési komponensáramok viszonya pedig a Peclet-vessző-szám ( $Pe'$ ). Kényszerkonvekcióval végbemennő anyagátadásnál szintén szerepel a  $Re$ -szám is. A hőátadáshoz hasonlóan a mérnöki gyakorlatban a  $Pe'$ -szám helyett a  $Pe'/Re$  hányadost használják, ez a Schmidt-szám ( $Sc$ ). Az  $Sc$ -számnak a  $Pr$ -számhoz hasonlóan az a jellegzetessége, hogy csak az anyag fizikai tulajdonságaitól függ (a kinematikus viszkozitás és a diffúziós együttható aránya, szintén hatásfok jellegű szám).

A folyamat lényegéből következik, hogy adott anyagnál az adott feltételeknél az  $a$  és  $D_i$  együtthatók rendszerint legalább nagyságrendileg megegyeznek. A megegyezés az  $a$  és  $D_i$  között jobb, mint egyezésük a kinematikus viszkozitással. A fontosabb dimenziómentes számokat foglaltuk össze az alábbi táblázatban:

Extenzív mennyiség	konvekció vezetés	átadás vezetés	átadás konvekció
Komponens	$Pe' = \frac{\nu L}{D_i}$	$Sh = \frac{\beta_i L}{D_i}$	$St' = \frac{Sh}{Pe'} = \frac{\beta_i}{\nu}$
Hő	$Pe = \frac{\nu L}{a}$	$Nu = \frac{\alpha L}{\lambda}$	$St = \frac{Nu}{Pe} = \frac{\alpha}{\rho c_p \nu}$
Impulzus	$Re = \frac{\nu L}{\nu}$	–	$\frac{f}{2}$

ahol  $L$  a karakterisztikus hossz méret.

Hatásfok jellegű dimenziómentes számok:

$$\text{Prandtl-szám: } Pr = \frac{Pe}{Re} = \frac{\nu}{a} = \frac{\eta c_p}{\lambda}$$

$$\text{Schmidt-szám: } Sc = \frac{Pe'}{Re} = \frac{\nu}{D} = \frac{\eta}{\rho D_i}$$

$$\text{Lewis-szám: } Le = \frac{Sc}{Pr} = \frac{a}{D_i} = \frac{\lambda}{\rho c_p D_i}$$

Ezek a komplexek kevésbé függenek a hőmérséklettől és pl. gázok esetén az anyagi minőségtől is közel függetlenek.

Keveréssel vagy más módon létrehozott turbulens áramlásnál a feltételezett "film"-en keresztül történik a hő és anyagtranszport, így a két folyamat között fennálló analógia alapján is megpróbálhatjuk  $\delta$  meghatározását. Hangsúlyozzuk, hogy a két hipotetikus film (a hőtani és az anyagátadási) vastagsága elvileg sem azonos.

Az eredeti ún. Reynolds-analógia az átadás/konvekció arányokat reprezentáló dimenziómentes számok egyenlőségét posztulálta:

$$St = St' = f/2 \quad (7.1-11)$$

A tapasztalatok szerint, ennél valóságosabb Chilton és Colburn ún.  $j$ -faktor analógiája ([4.] 561. old.), melyet a mérésünkénél is használunk az anyagátadási filmvastagság becslésére:

$$j_H = j_D = f/2. \quad (7.1-12)$$

Keverős tartályban lapkeverő alkalmazásánál – fázisváltozás nélküli hőátadásnál – a Nu-szám értéke a következő egyenlettel számítható [4., 6.]:

$$Nu = 0,37 Re_{\text{kev}}^{2/3} Pr^{1/3} \quad (7.1-13)$$

A (7.1-13) egyenletből megkapjuk a  $j_H$ -faktor empirikus kifejezését, amely a Chilton-Colburn analógia értelmében megegyezik  $j_D$ -faktor értékével.

$$j_H = \frac{Nu}{Re_{\text{kev}} (Pr^{1/3})} = 0,37 Re_{\text{kev}}^{-1/3} \quad (7.1-14)$$

$$j_D = \frac{Sh}{Re_{\text{kev}} (Sc^{1/3})} = j_H = 0,37 Re_{\text{kev}}^{-1/3} \quad (7.1-15)$$

A (7.1-15) egyenletből a  $Sh$ -számot kifejezve:

$$Sh = 0,37 Re_{\text{kev}}^{2/3} Sc^{1/3} \quad (7.1-16)$$

A Sherwood-szám a jellemző geometriai méret és a filmvastagság hányadosaként értelmezhető:

$$Sh = \frac{\beta_i d_{\text{edény}}}{D_i} = \frac{d_{\text{edény}}}{\delta_{\text{film}}} \quad (7.1-17)$$

**Feladat:** A (7.1-16) és (7.1-17) összefüggések alapján számítsák ki a  $\delta$  filmvastagságot, majd hasonlítsák össze a kísérleti adatokkal.  $\delta$  értéke csupán közelítő becslés, mivel egyrészt a készülékünk geometriailag nem teljesen hasonló a keverős duplikátorhoz, másrészt az edény fenekére vonatkozó átlagos fajlagos átadási áram nagyobb, mint az oldalfalakon és a fenéken kapható átlagos fajlagos átadási áram. Ezért a hőtani összefüggés konstansait használva a kísérletinél nagyobb  $\delta$  értéket fogunk kapni.

**Beadandó:** mérési jegyzőkönyv a kitöltött táblázattal,

$$\lg \frac{x_I}{x_I - x} - t \text{ diagram,}$$

$\beta_i$  és  $\delta$  számított értékei,

$$\frac{\delta_{\text{számított}}}{\delta_{\text{kísérleti}}} \text{ hányados értéke}$$

### Irodalom:

- [1.] Nernst: Zeitschrift f. Phys.Chem. 97, 52-55 (1904)
- [2.] Noyes-Whitney: Zeitschrift f. Phys.Chem. 23 689 (1897)
- [3.] Brunner: Zeitschrift f. Phys.Chem. 97, 56-102 (1904)



- [4.] Fonyó Zs., Fábry Gy.: Vegyipari művelettani alapismeretek. Nemzeti Tankönyvkiadó, 1998.
- [5.] Benedek P. - László A.: Vegyészmérnöki Tudomány Alapjai: Műszaki Könyvkiadó, 1964. 122. old.
- [6.] Tettamanti K.: Vegyipari Műveletek, Ábrafüzet II. 121. ábra.

Készítette: Hunek József  
Deák András

Ellenőrizte: Fonyó Zsolt